৯ম-১০ম শ্রেণি

সাধারণ গণিত

আলোচ্য বিষয়

অধ্যায় ৮ - বৃত্ত

ব্যবহারবিধি

দেখে নাও এই অধ্যায় থেকে কোথায় কোথায় প্রশ্ন এসেছে এবং সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনীর গুরুত্ব।

কুইক টিপস

সহজে মনে রাখার এবং দ্রুত ক্যালকুলেশন করতে সহায়ক হবে।

বহুনির্বাচনী (MCQ)

বিগত বছর গুলোতে বোর্ড, স্কুল, কলেজ এবং বিশ্ববিদ্যালয়ে আসা বহুনির্বাচনী প্রশ্ন দেখে নাও উত্তরসহ।

সৃজনশীল (CQ)

পরীক্ষায় আসার মতো গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল দেখে নাও উত্তরসহ।

প্র্যাকটিস

পরীক্ষায় আসার মতো গুরুত্বপূর্ণ সমস্যাগুলো প্র্যাকটিস করে নিজেকে যাচাই করে নাও।

উত্তরমালা

প্র্যাকটিস সমস্যাগুলোর উত্তরগুলো মিলিয়ে নাও।

উদাহরণ

টপিক সংক্রান্ত উদাহরণসমূহ।

সূত্রের আলোচনা

সূত্রের ব্যাপারে বিস্তারিত জেনে নাও।

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

সম্পূর্ণ অধ্যায়ের সুসজ্জিত আলোচনা।

এক নজরে...

✓ বৃত্ত

✓ বৃত্তস্থ কোণ

✓ বৃত্তচাপ

✓ বৃত্ত সম্পর্কিত উপপাদ্য

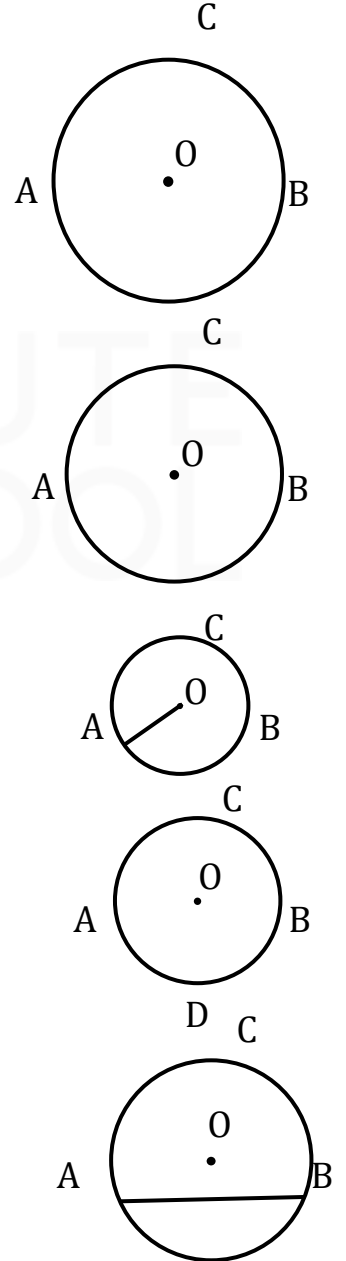
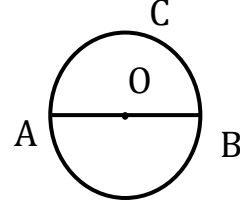
বৃত্ত (Circle)

✓ **বৃত্ত:** সমতলস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে কেন্দ্র করে নির্দিষ্ট দূরত্বে ঘূর্ণায়মান কোনো বিন্দুর সঞ্চারপথকে বৃত্ত বলা হয়। অথবা, যদি কোনো সমতলে অবস্থিত একটি বক্ররেখার যে কোনো বিন্দু, ঐ বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সর্বদা সমদূরবর্তী হয় তবে ঐ বক্ররেখাটিকে বৃত্ত বলা হয়। চিত্রে O বিন্দুকে কেন্দ্র করে নির্দিষ্ট দূরত্বে ঘূর্ণায়মান কোনো বিন্দুর সঞ্চারপথ ABC একটি বৃত্ত।

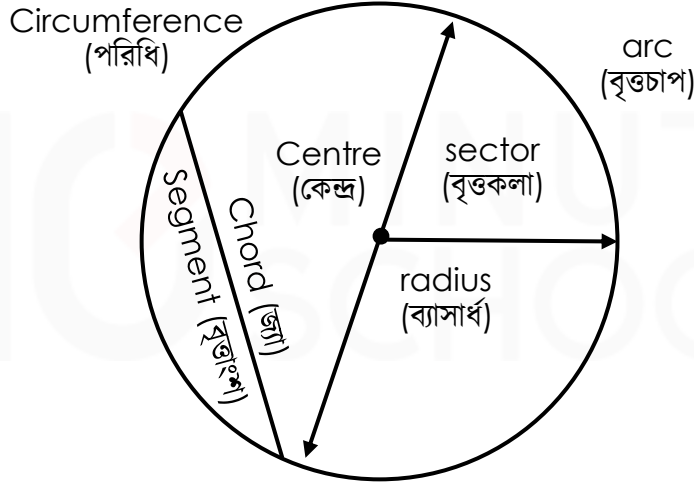
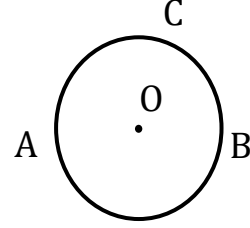
✓ **কেন্দ্র:** যে নির্দিষ্ট বিন্দুকে কেন্দ্র করে নির্দিষ্ট দূরত্বে বৃত্ত নামক সঞ্চারপথের সৃষ্টি হয়, ঐ নির্দিষ্ট বিন্দুকে বৃত্তের কেন্দ্র বলে। চিত্রে O হলো ABC বৃত্তের কেন্দ্র।

✓ **ব্যাসার্ধ:** বৃত্তের কেন্দ্র ও পরিধিস্থ যেকোনো বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে। চিত্রে OA হলো ABC বৃত্তের একটি ব্যাসার্ধ।

✓ **পরিধি:** বৃত্ত একটি বিশেষ ধরণের বৃত্তাকার বক্ররেখা। এই বৃত্তাকার বক্ররেখার সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্যকে পরিধি বলে। চিত্রে A বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে ABC পথ ঘুরে পুনরায় A বিন্দুতে আসতে যে দূরত্ব, অতিক্রম হয়, তাই ABC বৃত্তের পরিধি।

✓ **জ্যা:** বৃত্তের পরিধিস্থ যেকোনো দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে বৃত্তের জ্যা বলে। চিত্রে AB হলো O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের একটি জ্যা।

✓ **ব্যাস:** বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যা কে ব্যাস বলা হয়। চিত্রে AB হলো O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের একটি ব্যাস

Note: ব্যাসই বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।

✓ **বৃত্তের চাপ:** বৃত্তের পরিধিস্থ যেকোনো দুইটি বিন্দুর বৃত্তাকার দূরত্বকে বৃত্তের চাপ বলে। অন্যভাবে বলা যায়, বৃত্তের পরিধির যেকোনো অংশকে বৃত্তের চাপ বলে।

চিত্রে ABC বৃত্তের পরিধির AB অংশ, BC অংশ, AC অংশ ইত্যাদি প্রত্যেকেই বৃত্তের চাপ।

পরিধি (circumference)

কেন্দ্র (Centre)

ব্যাস (diameter)

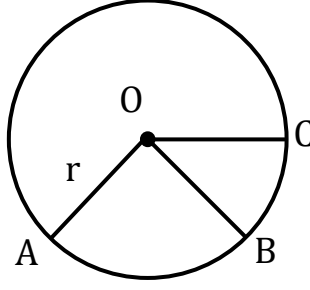
বৃত্তচাপ (Arc)

বৃত্তকলা (sector)

ব্যাসার্ধ (radius)

জ্যা (chord)

বৃত্তাংশ (segment)

✓ **সমবৃত্ত বিন্দু:** সমতলস্থ কতিপয় বিন্দুকে সমবৃত্ত বিন্দু বলা হয়। এক্ষেত্রে, বিন্দুগুলো দিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করা যায় অর্থাৎ, এমন একটি বৃত্ত থাকে যাতে বিন্দুগুলো অবস্থিত হয়।

✓ **বৃত্তের অভ্যন্তর ও বহির্ভাগ: (Interior and exterior of a circle)**

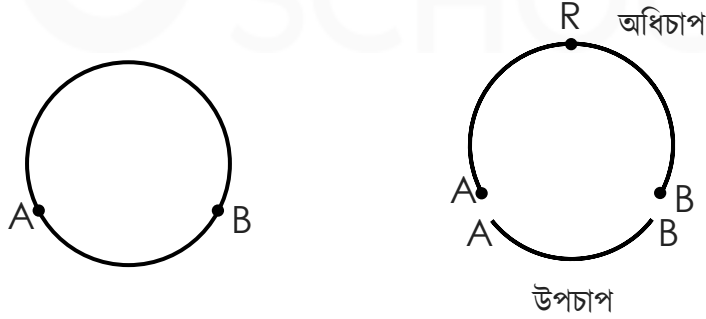
বৃত্তের কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ r হলে O থেকে সমতলের যে সকল বিন্দুর দূরত্ব r এর চেয়ে কম এদের সেটকে বৃত্তের অভ্যন্তর বলে।

আবার, O থেকে সমতলের যে সকল বিন্দুর দূরত্ব r এর চেয়ে বেশি এদের সেটকে বৃত্তের বহির্ভাগ বলে।

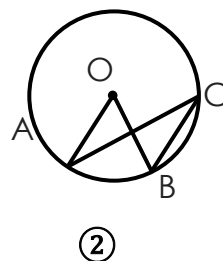
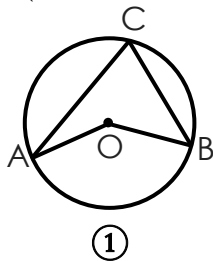
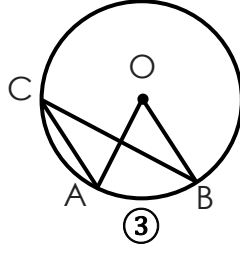
(বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ দুটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ সম্পূর্ণভাবে বৃত্তের অভ্যন্তরেই থাকে।)

✓ **বৃত্তচাপ (Arc):** বৃত্তের পরিধির যেকোন অংশকে বৃত্তচাপ বলা হয়।

✓ **উপচাপ:** বৃত্তের পরিধিস্থ যেকোন দুইটি বিন্দু বৃত্তটিকে যে দুইটি চাপে বিভক্ত করে, তারা যদি অসমান হয় তবে ক্ষুদ্রতর দৈর্ঘ্যের চাপকে উপচাপ বলা হয়।

✓ **অধিচাপ:** বৃত্তের উপর অবস্থিত দুইটি বিন্দু বৃত্তটিকে যে দুইটি চাপে বিভক্ত করে, তারা যদি অসমান হয় তবে বৃহত্তর দৈর্ঘ্যের চাপকে অধিচাপ বলা হয়।

✓ কোনো বৃত্তের একই চাপের ওপর দন্ডায়মান-

i. কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

ii. বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।

Note: একই চাপের উপর উৎপন্ন কোণ হলো যে কোণগুলো একই বিন্দু থেকে শুরু ও একই বিন্দুতে শেষ হয়।

চিত্র-১ এ $\angle AOB$ এবং $\angle ACB$

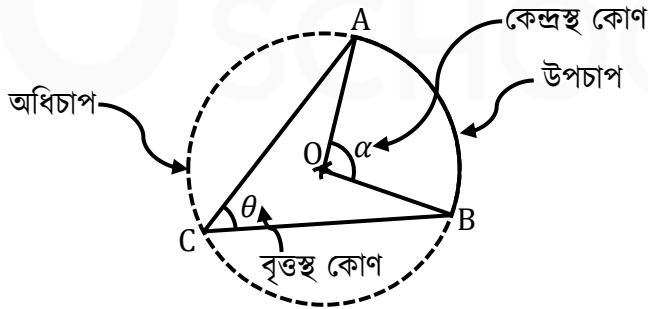
চিত্র-২ এ $\angle AOB$ এবং $\angle ACB$

চিত্র-৩ এ $\angle AOB$ এবং $\angle ACB$

একই চাপের উপর উৎপন্ন কোণ।

✓ **কেন্দ্রস্থ কোণ:** বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে কেন্দ্রস্থ কোণ বলে।

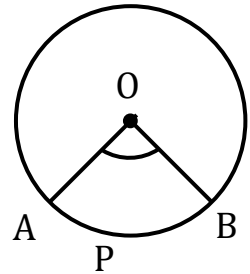
✓ **বৃত্তস্থ কোণ:** বৃত্তের পরিধিতে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে বৃত্তস্থ কোণ বলে।

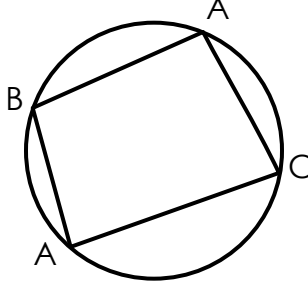
Note: কোনো ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ তার বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

কোণ কর্তৃক খণ্ডিত চাপ:

একটি কোণ কোনো বৃত্তে একটি চাপ খণ্ডিত বা ছিন্ন করে বলা হয় যদি

১. চাপটির প্রত্যেক প্রান্তবিন্দু কোণটির বাহুতে অবস্থিত হয়,

২. কোণটির প্রত্যেক বাহুতে চাপটির অন্তত একটি প্রান্তবিন্দু অবস্থিত হয় এবং

৩. চাপটির অন্তঃস্থ প্রত্যেকটি বিন্দু কোণটির অভ্যন্তরে থাকে। চিত্রে প্রদর্শিত কোণটি O কেন্দ্রিক বৃত্তে APB চাপ খণ্ডিত করে।

বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ: (Inscribed Quadrilaterals)

যে চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু বৃত্তের উপর অবস্থিত, তাকে বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ বলে।

চিত্র: বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ

Note: বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

বৃত্তের ছেদক ও স্পর্শক: (Secant and Tangent of a Circle)

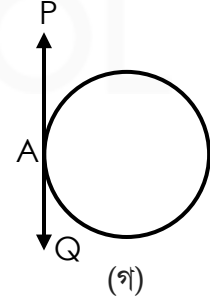
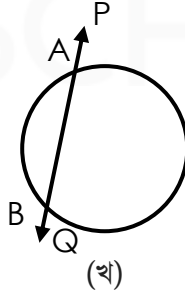
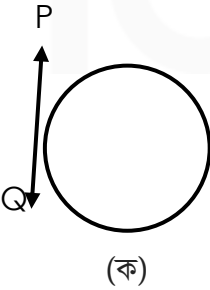
ছেদক: বৃত্ত ও একটি সরলরেখার যদি দুইটি ছেদবিন্দু থাকে, তবে রেখাটিকে বৃত্তটির একটি ছেদক বলা হয়।

স্পর্শক: বৃত্ত ও একটি সরলরেখার যদি একটি ও কেবল একটি সাধারণ বিন্দু থাকে, তবে রেখাটিকে বৃত্তটির একটি স্পর্শক বলে।

✓ সাধারণ বিন্দুটিকে ঐ স্পর্শকের স্পর্শবিন্দু বলে।

(ক)

(খ)

(গ)

চিত্র: ক এ বৃত্ত ও PQ সরলরেখার কোনো সাধারণ বিন্দু নেই।

চিত্র: খ এ PQ সরলরেখাটি বৃত্তকে A ও B দুইটি বিন্দুতে ছেদ করেছে।

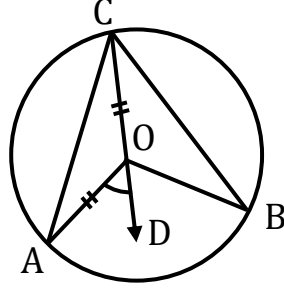
চিত্র: গ এ PQ সরলরেখাটি বৃত্তকে A বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। PQ বৃত্তটির স্পর্শক ও A এই স্পর্শকের স্পর্শবিন্দু।

Note: বৃত্তের প্রত্যেক ছেদকের ছেদবিন্দুদ্বয়ের অন্তর্বর্তী সকল বিন্দু বৃত্তটির অভ্যন্তরে থাকে।

প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle AOB = 2\angle ACB$

$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$

বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

ΔAOC এ $\angle AOD = \angle ACO + \angle 0AC$ [বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

$= 2\angle ACO \ldots\ldots (i)$ $[OA = OC]$

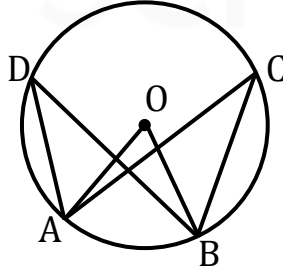
আবার, ΔBOC এ $\angle BOD = 2\angle BCO \ldots\ldots (ii)$

$(i) + (ii)$ করে পাই,

$\angle AOD + \angle BOD = 2(\angle ACO + \angle BCO)$

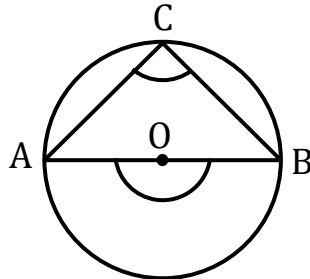
$\Rightarrow \angle AOB = 2\angle ACB$ [(i) নং Proved]

$\Rightarrow \angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$ [(ii) নং Proved]

বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কোণগুলো পরস্পর সমান।

$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$

$\angle ADB = \frac{1}{2}\angle AOB$

$\therefore \angle ACB = \angle ADB$

অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

$\angle AOB = 2\angle ACB$

$\Rightarrow \angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 180° = 90°$

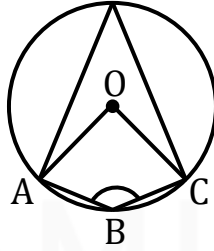
∴ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

Note:

i. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজকে ব্যাস ধরে বৃত্ত অঙ্কন করলে তা সমকৌণিক শীর্ষবিন্দু দিয়ে যাবে।

ii. কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ সূক্ষ্মকোণ।

✓ বৃত্তের অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180° বা 2 সমকোণ।

অথবা, প্রমাণ কর যে, বৃত্তের অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় সম্পূরক।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC + \angle ADC = 180°$

এবং $\angle BAD + \angle BCD = 180°$

প্রমাণ:

(i) ADC চাপ এ,

কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$= বৃত্তস্থ $2\angle ABC \ldots\ldots(i)$

(ii) ABC চাপ এ,

প্রবৃদ্ধ কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ = প্রবৃদ্ধ বৃত্তস্থ $2\angle ADC \ldots\ldots(ii)$

$(i) + (ii)$ করে পাই,

$\angle AOC +$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 2\{\angle ABC + \angle ADC\}$

$\Rightarrow$ চার সমকোণ $= 2(\angle ABC + \angle ADC)$

∴ $\angle ABC + \angle ADC = 2$ সমকোণ$/180°$

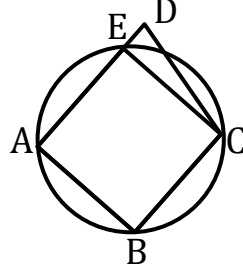
∴ কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক। **(প্রমাণিত)**

Note:

i. বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান।

ii. বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র।

উপপাদ্য-২৪:

সাধারণ নির্বচন: কোনো চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণ সম্পূরক হলে তার শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্ত হয়।

ধরি, $\angle ABC + \angle ADC = 180°$। প্রমাণ করতে হবে যে, A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

অঙ্কন: A, B, C বিন্দুগুলো সমরেখ নয়। সুতরাং তিনটি বিন্দু দিয়ে কেবল একটি বৃত্ত যায়। মনে করি, বৃত্তটি AD রেখাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করে। C, E যোগ করি।

প্রমাণ:

$ABCE$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজে

$\angle ABC + \angle AEC =$ দুই সমকোণ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের দুটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

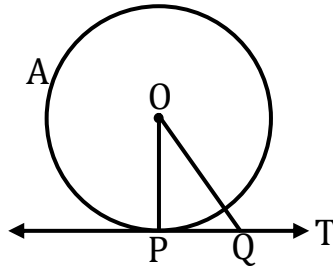
কিন্তু $\angle ABC + \angle ADC =$ দুই সমকোণ [দেওয়া আছে]

$\therefore \angle AEC = \angle ADC$

কিন্তু তা সম্ভব নয়। ΔCED এর বহিঃস্থ $\angle AEC >$ বিপরীত অন্তঃস্থ $\angle ADC$। সুতরাং E ও D বিন্দু একই।

$\therefore A, B, C, D$ বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**

উপপাদ্য- ২৫:

বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PT স্পর্শক। OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। প্রমাণ করতে হবে, $PT \perp OP$

অঙ্কন: PT স্পর্শকে যেকোনো বিন্দু O, Q যোগ করি।

প্রমাণ:

যেহেতু P স্পর্শবিন্দু। সুতরাং Q বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

$\therefore OQ>OP$ এবং তা স্পর্শবিন্দু P ব্যতীত PT এর ওপরস্থ Q বিন্দুর সকল অবস্থানের জন্য সত্য।

$\therefore$ কেন্দ্র O থেকে PT স্পর্শকের ওপর OP হল ক্ষুদ্রতম দূরত্ব। সুতরাং, $PT \perp OP$ (প্রমাণিত)

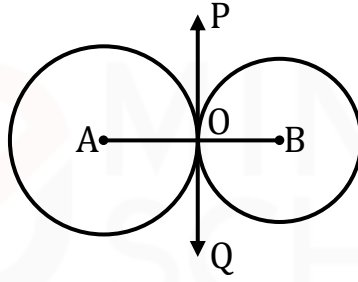
Note:

i. বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একটি মাত্র স্পর্শক অঙ্কন করা যায়।

ii. স্পর্শবিন্দুতে স্পর্শকের উপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী।

iii. বৃত্তের কোনো বিন্দু দিয়ে ঐ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর অঙ্কিত লম্ব উক্ত বিন্দুতে বৃত্তের স্পর্শক হয়।

উপপাদ্য- ২৭:

দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে এদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ।

O বিন্দুতে বৃত্ত দুটি বহিঃস্পর্শ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, A, O, B বিন্দু তিনটি সমরেখ।

অঙ্কন: O বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক POQ আঁকি। O, A ও O, B যোগ করি।

প্রমাণ:

OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ ও POQ স্পর্শক।

$\angle POA = 90°$ তদ্রুপ, $\angle POB = 90°$

$\Rightarrow \angle POA + \angle POB = 90° + 90° = 180°$

$\Rightarrow \angle AOB = 180°$

অর্থাৎ, $\angle AOB$ একটি সরলকোণ।

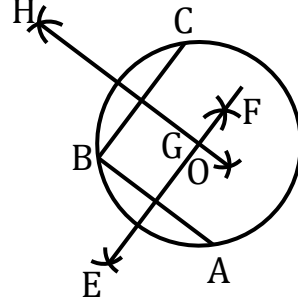
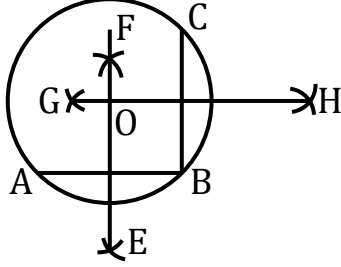
$\therefore A, O, B$ বিন্দু তিনটি সমরেখ। **(প্রমাণিত)**

Note:

i. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান।

ii. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের দূরত্বের অর্ধেক অন্তরের সমান।

বৃত্ত সম্পর্কীয় সম্পাদ্য:

✓ একটি বৃত্ত বা বৃত্তচাপ দেয়া আছে, কেন্দ্র নির্ণয় করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

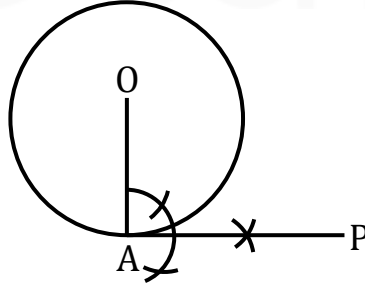
১) প্রদত্ত বৃত্তে বা বৃত্তচাপে তিনটি বিন্দু A, B, C নিই।

২) A, B ও B, C যোগ করি। AB ও BC জ্যা দুইটির লম্বদ্বিখন্ডক যথাক্রমে EF ও GH অঙ্কন করি।

৩) EF ও GH রেখাংশদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

সুতরাং O বিন্দুই বৃত্তের বা বৃত্তচাপের কেন্দ্র।

✓ বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁকতে হবে।

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে A একটি বিন্দু। A বিন্দুতে বৃত্তটিতে একটি স্পর্শক আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

১) O, A যোগ করি।

২) A বিন্দুতে OA এর উপর AP লম্ব আঁকি।

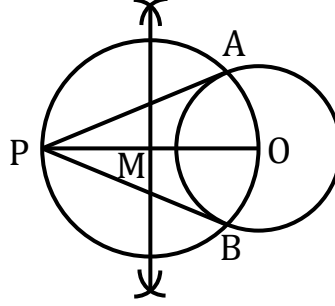
তাহলে AP নির্ণেয় স্পর্শক।

Note:

i. যেকোনো স্পর্শক তার কেন্দ্রগামী জ্যা এর উপর লম্ব।

ii. বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে একটি মাত্র স্পর্শক আঁকা যায়।

✓ **বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তটির স্পর্শক আঁকতে হবে।**

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে P একটি বহিঃস্থ বিন্দু। P বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তের স্পর্শক আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

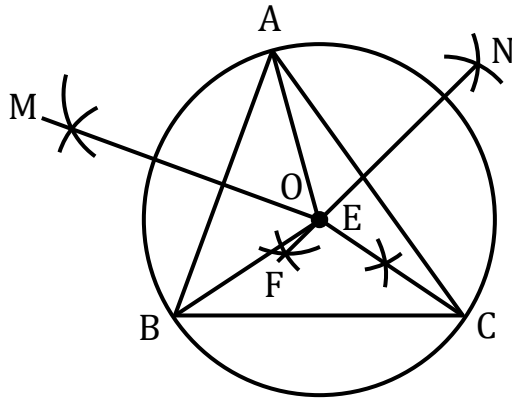
১) P, O যোগ করি। PO রেখাংশের মধ্যবিন্দু M নির্ণয় করি।

২) এখন M কে কেন্দ্র করে MO এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। মনে করি, নতুন অঙ্কিত বৃত্তটি প্রদত্ত বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

৩) A,P এবং B, P যোগ করি।

Note: বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে দুইটি ও কেবল দুইটি স্পর্শক আঁকা যায়।

✓ **কোনো নির্দিষ্ট ত্রিভুজের পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।**

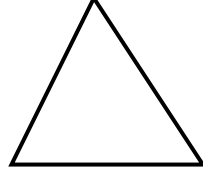
মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।

অঙ্কনের বিবরণ:

১. AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

২. A,O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, বৃত্তটি A,B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

✓ **বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয়:**

ত্রিভুজের বাহুর নির্দিষ্ট মান দেয়া থাকলে পরিব্যাসার্ধ নির্ণয়ের সূত্র নিম্নরূপ-

পরিব্যাসার্ধ, $R = \frac{abc}{4\Delta}$

এখানে, $a, b, c =$ বাহুর দৈর্ঘ্যসমূহ এবং $\Delta=$ ক্ষেত্রফল

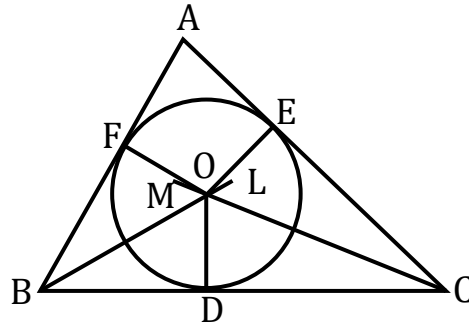
Note:

i. সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র ত্রিভুজের অভ্যন্তরে থাকে।

ii. স্থূলকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র ত্রিভুজের বাহিরে থাকে।

iii. সমকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র অতিভুজের উপরে থাকে।

✓ **কোনো নির্দিষ্ট ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে।**

মনে করি, ΔABC একটি ত্রিভুজ। এর অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, ΔABC এর ভিতরে এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা BC,CA ও AB বাহু তিনটির প্রত্যেকটিকে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ:

$\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে BL ও CM আঁকি। মনে করি, তারা O বিন্দুতে ছেদ করে। O থেকে BC এর ওপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। O কে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

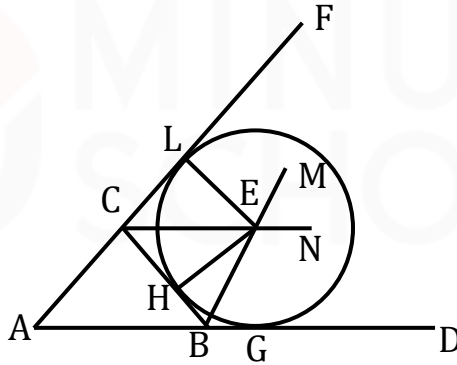
ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত আঁকার ক্ষেত্রে $\Delta = \boldsymbol{rs}$

এখানে, $\Delta =$ ক্ষেত্রফল

$r =$ ব্যাসার্ধ

$s =$ অর্ধপরিসীমা

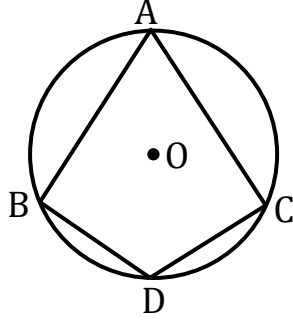
✓ **কোনো নির্দিষ্ট ত্রিভুজের বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে।**

মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের একটি বাহুকে এবং অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ:

AB ও AC বাহুদ্বয়কে যথাক্রম D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি। $\angle DBC$ ও $\angle FCB$ এর সমদ্বিখণ্ডক BM ও CN আঁকি। মনে করি, E এদের ছেদবিন্দু। E থেকে BC এর ওপর EH লম্ব আঁকি এবং মনে করি তা BC কে H বিন্দুতে ছেদ করে। E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় বহির্বৃত্ত।

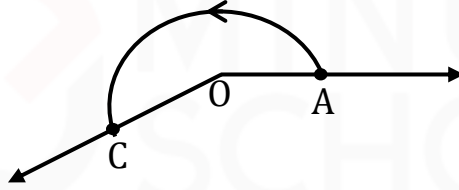
সৃজনশীল (CQ)

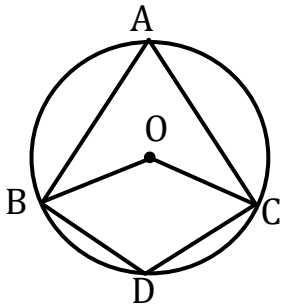
প্রশ্ন- ১:

ক) চিত্রসহ প্রবৃদ্ধ কোণের সংজ্ঞা দাও।

খ) প্রমাণ কর যে, $\angle BDC + \angle BAC = \mathbf{1}$ সরল কোণ।

গ) উদ্দীপকের চিত্রে যদি $\angle BAD + \angle DAC = \mathbf{1}$ সমকোণ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, B,O এবং C এক সরলরেখায় অবস্থিত

সমাধান:

ক. প্রবৃদ্ধ কোণ:

দুই সমকোণ থেকে বড় কিন্তু চার সমকোণ থেকে ছোট কোণকে প্রবৃদ্ধকোণ বলা হয়। চিত্রে চিহ্নিত $\angle AOC$ প্রবৃদ্ধ কোণ।

খ.

মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তে $ABDC$ চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BDC + \angle BAC = 1$ সরলকোণ।

অঙ্কন: O, B এবং O,C যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১: একই চাপ BAC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ $\angle BOC = 2($বৃত্তস্থ $\angle BDC)$ অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধ $\angle BOC = \angle 2BDC$ [একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২: আবার একই চাপ BDC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle BOC = 2($বৃত্তস্থ $\angle BAC)$

$\therefore \angle BOC$ + প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle BOC = 2(\angle BDC + \angle BAC)$

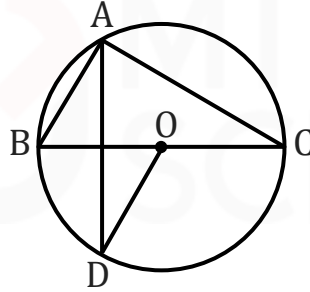
কিন্তু $\angle BOC$ + প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle BOC =$ চার সমকোণ

$\therefore 2(\angle BDC + \angle BAC) =$ চার সমকোণ

$\therefore \angle BDC + \angle BAC =$ দুই সমকোণ

$\therefore \angle BDC + \angle BAC = 1$ সরলকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ. বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে O কেন্দ্র বিশিষ্ট $ABCD$ বৃত্তে $\angle BAD + \angle DAC =$ এক সমকোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, B, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত। উদ্দীপকের চিত্র হতে BD ও CD রেখাংশ বর্জন করা হয়েছে।

প্রমাণ:

ধাপ ১: একই চাপ BD এর ওপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle BAD$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle BOD$

$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD \ldots\ldots(i)$ [বৃত্তের একই চাপের ওপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ ২: আবার, একই চাপ DC এর ওপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle DAC$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle DOC$

$\therefore \angle DAC = \frac{1}{2}\angle DOC \ldots\ldots(ii)$ [একই কারণে]

ধাপ ৩: (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$\angle BAD + \angle DAC = \frac{1}{2}\angle BOD + \frac{1}{2}\angle DOC$ [দেওয়া আছে]

বা, 1 সমকোণ $= \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle DOC)$

বা, $\angle BOD + \angle DOC = 2$ সমকোণ

বা, $\angle BOD + \angle DOC = 2$ সমকোণ

$\therefore \angle BOC = 2$ সমকোণ

$\therefore \angle BOC = 1$ সরলকোণ

অতএব B, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত। **(প্রমাণিত)**

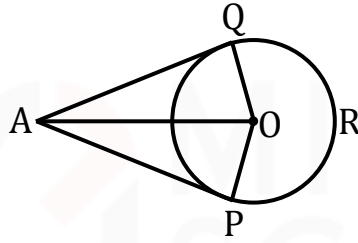
প্রশ্ন- ২: কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তে A একটি বহিঃস্থ বিন্দু। AP এবং AQ বৃত্তের P ও Q বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক।

ক) উপরের তথ্যের আলোকে বৃত্তটির চিহ্নিত চিত্র আঁক।

খ) প্রমাণ কর যে, $AP = AQ$।

গ) প্রমাণ কর যে, AO, PQ এর লম্বদ্বিখন্ডক।

সমাধান:

ক.

চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তের A একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং AP ও AQ বৃত্তের P ও Q বিন্দুতে দুটি স্পর্শক।

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, $AP = AQ$

অঙ্কন: O, P; O, Q এবং O, A যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১: যেহেতু AP স্পর্শক এবং OP স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ,

$\therefore AP \perp OP$ [স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]

সুতরাং $\angle APO =$ এক সমকোণ

অনুরূপভাবে, $\angle AQO =$ এক সমকোণ।

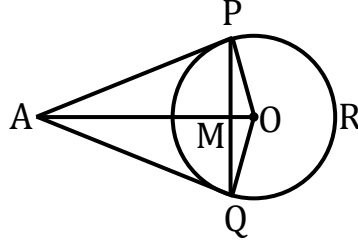
ধাপ ২: এখন APO ও AQO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে

অতিভুজ $AO =$ অতিভুজ AO [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $OP = OQ$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু সর্বসমতা]

$\therefore \Delta APO \cong \Delta AQO$

$\therefore AP = AQ$ **(প্রমাণিত)**

গ.

অঙ্কন: P,Q যোগ করি যা AO কে M বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ:

ধাপ ১: ΔAOP ও ΔAOQ এর মধ্যে [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$OP = OQ$ [বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।]

$AP = AQ$

$AO = AO$

$\therefore \Delta AOP \cong \Delta AOQ$

$\therefore \angle AOP = \angle AOQ$

অর্থাৎ $\angle POM = \angle QOM$

ধাপ ২: এখন ΔOPM ও ΔOQM এ

$OP = OQ$ [$\therefore$ একই বৃত্তের ব্যাসাধ]

$OM = OM$ [সাধারণ বাহু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle POM =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle QOM$

$\therefore \Delta OPM \cong \Delta OQM$

$\therefore \angle OMP = \angle OMQ$

এবং $PM = QM$

কিন্তু এরা রৈখিক যুগলকোণ এবং এদের পরিমাপ সমান।

$\therefore \angle OMP = \angle OMQ = 90°$

$\therefore OM \perp PQ$

অর্থাৎ $AO \perp PQ$ এবং M, PQ এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore AO, PQ$ এর লম্বদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**

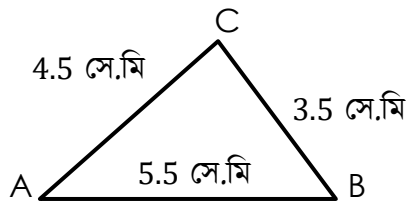
প্রশ্ন- ৩: একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.5 সে.মি., 4.5 সে.মি. এবং 5.5 সে.মি.।

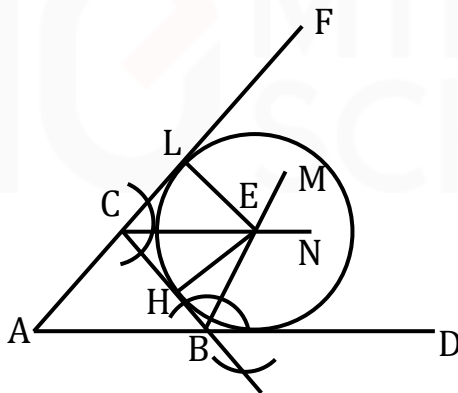
ক) তথ্যানুসারে ত্রিভুজটি আঁক।

খ) ত্রিভুজটির বহির্বৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

গ) ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহুর সমান বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

সমাধান:

ক.

ΔABC এর $BC = 3.5$ সে.মি., $AC = 4.5$ সে.মি. এবং $AB = 5.5$ সে.মি.।

খ.

মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর $AB = 5.5$ সে.মি., $AC = 4.5$ সে.মি. এবং $BC = 3.5$ সে.মি.। এর বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের একটি বাহুকে এবং অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ:

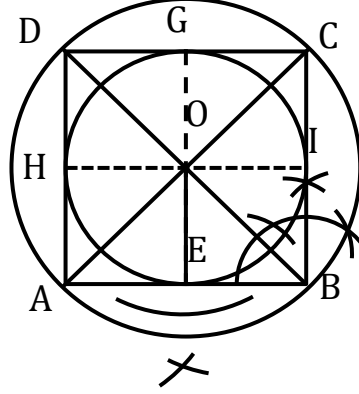
(১) AB ও AC বাহুদ্বয়কে যথাক্রমে D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

(২) $\angle DBC$ ও $\angle FCB$ এর সমদ্বিখণ্ডক BM এবং CN আঁকি। মনে করি, E তাদের ছেদ বিন্দু।

(৩) E থেকে BC এর ওপর EH লম্ব আঁকি এবং মনে করি তা BC কে H বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় বহির্বৃত্ত।

গ.

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $ABCD$ একটি বর্গ। এর বাহুর দৈর্ঘ্য $=$ ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 5.5$ সে.মি.। এই বর্গের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

(১) A, C এবং B, D যোগ করি। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) O হতে AB এর ওপর OE লম্ব টানি। OE, AB কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) O কে কেন্দ্র করে OE এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

(৪) বৃত্তটি AB, BC, CD ও DA বাহুগুলোকে যথাক্রমে E, F, G ও H বিন্দুতে স্পর্শ করে।

(৫) তাহলে, $EFGH$ –ই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

(৬) আবার, O –কে কেন্দ্র করে OA –এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি বর্গের শীর্ষবিন্দু A, B, C ও D দিয়ে যায়।

এই বৃত্তই, $ABCD$ বর্গের নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

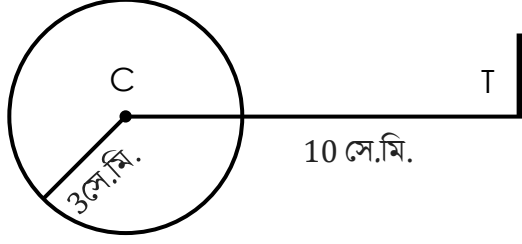
প্রশ্ন- ৪: 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের কেন্দ্র C থেকে 10 সে.মি. দূরে একটি দন্ডায়মান খুঁটির পাদবিন্দু T।

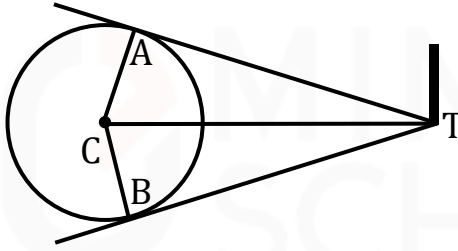
ক) তথ্যানুযায়ী জ্যামিতিক চিত্রটি অঙ্কন কর।

খ) দন্ডায়মান পাদবিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক আঁক এবং দেখাও যে, খুঁটিটির পাদবিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দু দুইটি সমান দূরত্বে অবস্থিত।

গ) প্রমাণ কর যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুতে স্পর্শকগুলো যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তা নতুন একটি সমবাহু ত্রিভুজ হবে।

সমাধান

ক.

3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্র $C, CP = 3$ সে.মি.। কেন্দ্র থেকে 10 সে.মি. দূরে একটি খুঁটির পাদবিন্দু T আঁকা হলো।

খ. মনে করি, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ T একটি খুঁটির পাদবিন্দু। T বিন্দু হতে TA, TB হল যথাক্রমে বৃত্তের A, B বিন্দুতে দুটি স্পর্শক। আমাদের দেখাতে হবে যে, TA ও TB স্পর্শকদ্বয় পরস্পর সমান। অর্থাৎ $TA = TB$।

অঙ্কন: $C, A; C, B$ এবং C, T যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ: যেহেতু, $\angle CAT = \angle CBT =$ এক সমকোণ। [স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ স্পর্শকের ওপরে সমকোণ উৎপন্ন করে]

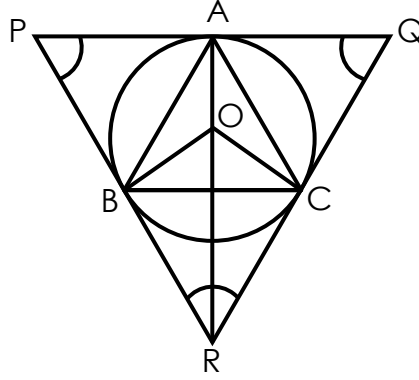
এখন, ΔTAC ও ΔTBC সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে

অতিভুজ $CT =$ অতিভুজ CT [সাধারণ বাহু]

এবং $CA = CB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta TAC \cong \Delta TBC$ [অতিভুজ-বাহু সর্বসম উপপাদ্য]

অর্থাৎ $TA = TB$ **[প্রমাণিত]**

গ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোন বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ A,B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে PQ,PR এবং RQ স্পর্শক। স্পর্শকত্রয় PQR ত্রিভুজ গঠন করে। দেখাতে হবে যে, PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

অঙ্কন: $O, A; O, B$ এবং O, C যোগ করি।

ধাপ-১: এখানে, $\angle ABC = \angle BAC = \angle ACB = 60°$ [সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ 60°]

এখন, AB চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOB$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ACB$ [বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]

$\therefore \angle AOB = 2\angle ACB$

$= 2 \times 60°$

$\therefore \angle AOB = 120° \ldots\ldots (1)$

ধাপ-২: আবার, PA বৃত্তের A বিন্দুতে স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। [বৃত্তের কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]

$\therefore PA \perp OA$ অর্থাৎ, $\angle OAP = 90° \ldots\ldots (2)$

তদ্রুপ, PB বৃত্তের B বিন্দুতে স্পর্শক এবং OB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। [ঐ একই কারণে]

$PB \perp OB$ অর্থাৎ $\angle OBP = 90° \ldots\ldots (3)$

ধাপ-৩: এখন, $PAOB$ চতুর্ভুজে, [চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি 360°]

$\angle AOB + \angle OAP + \angle OBP + \angle BPA = 360°$

বা, $120° + 90° + 90° + \angle BPA = 360°$ [সমীকরণ (1),(2),(3) হতে]

$\therefore \angle BPA = 60°$

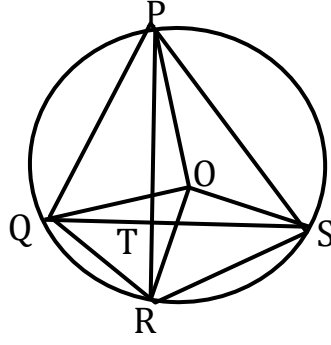
অর্থাৎ, $\angle RPQ = 60°$

$\angle PQR = 60°$ [অনুরূপভাবে]

এবং $\angle PRQ = 60°$ [অনুরূপভাবে]

ধাপ-৪: ΔPQR এ

$\angle RPQ = \angle PQR = \angle PRQ = 60°$

প্রশ্ন- ৫:

চিত্রে, $PT \perp QS, O$ কেন্দ্র

ক) দেখাও যে, $\frac{1}{2}\angle POR + \frac{1}{2}\angle PSR = 90°$.

খ) প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2$ সমকোণ।

গ) প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PS^2 = 2PT^2 + QS^2 - 2QT.ST$

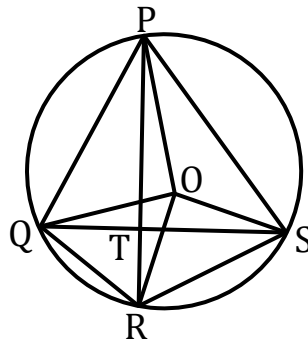
সমাধান:

ক. আমরা জানি, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

$\therefore \angle PQRS$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজে $\angle PQR + \angle PSR = 180°$

বা, $\frac{1}{2}\angle PQR + \frac{1}{2}\angle PSR = \frac{1}{2} \times 180°$ [$\frac{1}{2}$ দ্বারা উভয় পক্ষকে গুণ করে]

$\therefore \frac{1}{2}\angle PQR + \frac{1}{2}\angle PSR = 90°$ **[দেখানো হলো]**

খ. বিশেষ নির্বচন: এখানে, QS ও PR যা দুইটি পরস্পর সমকোণে ছেদ করে। O, Q; O, S; O, R; O, P যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QOP + \angle SOR = 180°$

অঙ্কন: Q, P; Q, R; S, R; S, P যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔQRT এর বহিঃস্থ

$\angle PTQ = \angle QRT + \angle RQT \dots \dots (1)$ [বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২: PQ চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle QOP$ এবং বৃত্তস্থ $\angle QRP$

$\therefore \angle QOP = 2\angle QRP$ [একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

বা, $\angle QOP = 2\angle QRT \dots \dots (2)$

ধাপ-৩: অনুরূপভাবে, RS চাপের জন্য পাই,

$\angle SOR = 2\angle RQS$

বা, $\angle SOR = 2\angle RQT \dots \dots (3)$

ধাপ-৪: $\angle QOP + \angle SOR$ [(2) ও (3) নং সমীকরণ যোগ]

$= 2(\angle QRT + \angle RQT)$ [সমীকরণ (1) হতে]

$= 2\angle PTQ$

$\therefore \angle QOP + \angle SOR = 2\angle PTQ$

ধাপ-৫:

কিন্তু QS ও PR সমকোণে ছেদ করে বলে,

$\angle PTQ = 90°$

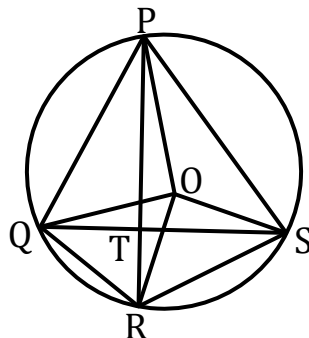
$\therefore \angle QOP + \angle SOR = 2\angle PTQ$

$= 2 \times 90°$

$= 180°$ **[প্রমাণিত]**

গ. মনে করি, $PT \perp QS$

প্রমাণ করতে হবে যে,

$$PQ^2 + PS^2 = 2PT^2 + QS^2 - 2QT.ST$$

প্রমাণ:

ধাপ-১: $PT \perp QS$ সুতরাং PQT সমকোণী ত্রিভুজ হতে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

$$PQ^2 = PT^2 + QT^2 \ldots\ldots (1)$$

ধাপ-২: PST সমকোণী ত্রিভুজ হতে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

$$PS^2 = PT^2 + ST^2 \ldots\ldots (2)$$

ধাপ-৩: এখন, সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$PQ^2 + PS^2 = PT^2 + QT^2 + PT^2 + ST^2$$
$$= 2PT^2 + QT^2 + ST^2$$
$$= 2PT^2 + (QT + ST)^2 - 2QT.ST \qquad [a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab]$$

$\therefore PQ^2 + PS^2 = 2PT^2 + QS^2 - 2QT.ST$ (প্রমাণিত)

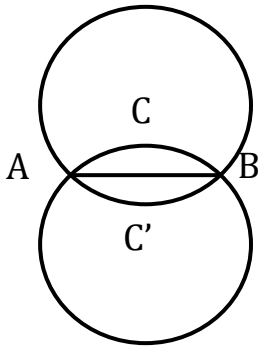
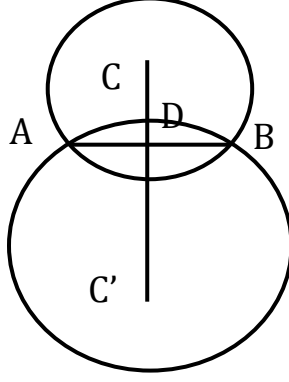
প্রশ্ন- ৬: C ও C' কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক) A ও B বিন্দু দিয়ে দুইটি বৃত্তের একটি সাধারণ জ্যা আঁক।

খ) প্রমাণ কর যে, CC' রেখাংশ AB জ্যা-কে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

গ) প্রমাণ কর যে, দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু A ও B দিয়ে যায় এমন সব বৃত্তের কেন্দ্রগুলো একই সরলরেখায় অবস্থিত।

সমাধান:

ক.

খ. বিশেষ নির্বচন: এখানে, C ও C' কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পরকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে। A,B যোগ করি। তাহলে, AB হবে বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, CC' রেখা AB জ্যা-কে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

অঙ্কন: AB এর মধ্যবিন্দু D নির্ণয় করি। C,D এবং C',D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: AB জ্যা'র মধ্যবিন্দু D এবং বৃত্তের কেন্দ্র C

$\therefore CD \perp AB$

অর্থাৎ $\angle CDA = 90° \dots \dots (1)$

[বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]

ধাপ-২: AB জ্যা'র মধ্যবিন্দু D এবং বৃত্তের কেন্দ্র C'

$\therefore C'D \perp AB$

অর্থাৎ $\angle C'DA = 90° \dots \dots (2)$ [একই কারণে]

ধাপ-৩: এখন, সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে,

$\angle CDA + \angle C'DA = 90° + 90°$

$= 180°$

কিন্তু $\angle CDA$ ও $\angle C'DA$ সন্নিহিত কোণ এবং পরস্পর সমান এবং প্রত্যেকে $90°$।

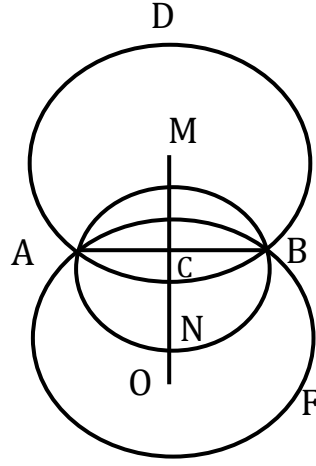
সুতরাং CD ও $C'D$ একই সরলরেখা CC'-এ অবস্থিত এবং D, AB এর মধ্যবিন্দু।

অর্থাৎ CC' রেখা AB জ্যা-কে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে। **[প্রমাণিত]**

গ. এখানে, A ও B দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং ধরি, M, N ও O কেন্দ্র বিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত যথাক্রমে DAB, EAB ও FAB। এই বৃত্তগুলো A এবং B বিন্দু দিয়ে যায়।

প্রমাণ করতে হবে যে,

M, N ও O একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অঙ্কন: M,N,O যোগ করি এবং A,B যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $MC \perp AB$ এবং $CN \perp AB$

[সাধারণ জ্যা বিশিষ্ট বৃত্তগুলোর কেন্দ্রগুলোর সংযোজক রেখা সাধারণ জ্যাকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।]

$\therefore \angle ACM = 90°$

$\angle ACN = 90°$

$\therefore \angle ACM + \angle ACN = 180°$

$\therefore \angle ACM$ ও $\angle ACN$ দুইটি সন্নিহিত কোণ এবং এদের সমষ্টি $180°$।

$\therefore CM$ ও CN একই সরলরেখায় অবস্থিত।

ধাপ-২: $CO \perp AB$ [একই কারণে]

$\therefore \angle ACO = 90°$

$\therefore \angle ACM + \angle ACO = 90° + 90°$

$= 180°$

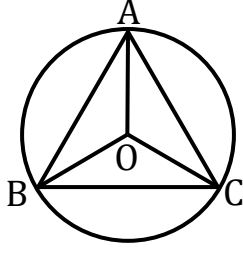
যেহেতু, $\angle ACM$ ও $\angle ACO$ সন্নিহিত কোণ এবং এদের সমষ্টি $180°$।

CM ও CO একই সরলরেখায় অবস্থিত।

আবার, CM ও CN একই সরলরেখায় অবস্থিত।

CM, CN ও CO একই সরলরেখায় অবস্থিত।

M, N, O একই সরলরেখায় অবস্থিত। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন- ৭:

চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা $AB =$ জ্যা $AC =$ জ্যা BC

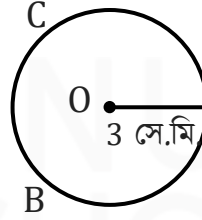
ক) 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন কর।

খ) প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 2\angle BAC$

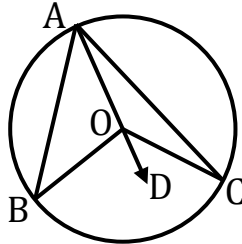
গ) যদি D, E এবং F যথাক্রমে AB, AC এবং BC এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে প্রমাণ কর যে, D, E, F বিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

সমাধান:

ক.

r ——— 3 সে.মি.

চিত্রে, ABC একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হলো যার কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ, $OA = 3$ সে.মি.।

খ. মনে করি, কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত এবং তার একই উপচাপ BC এর ওপর দন্ডায়মান $\angle BAC$ বৃত্তস্থ এবং $\angle BOC$ কেন্দ্রস্থ কোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 2\angle BAC$

অঙ্কন: মনে করি, AC রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এ ক্ষেত্রে A বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ AD আঁকি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔAOB এর বহিঃস্থ কোণ $\angle BOD = \angle BAO + \angle ABO$

[$\because$ বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ-২: ΔAOB এ $OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

অতএব, $\angle BAO = \angle ABO$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

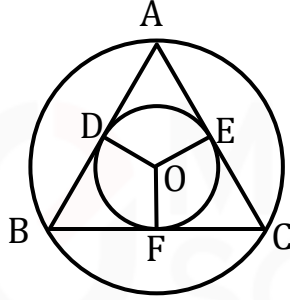
ধাপ-৩: ধাপ (১) ও (২) থেকে $\angle BOD = 2\angle BAO$

ধাপ-৪: একইভাবে ΔAOC থেকে $\angle COD = 2\angle CAO$

ধাপ-৫: ধাপ (৩) ও (৪) থেকে

$\angle BOD + \angle COD = 2\angle BAO + 2\angle CAO$ [যোগ করে]

অর্থাৎ $\angle BOC = 2\angle BAC$। (প্রমাণিত)

গ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, BC ও AC তিনটি সমান জ্যা এবং D, E এবং F যথাক্রমে AB, AC এবং BC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, D, E, F বিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

অঙ্কন: O, D; O, E এবং O, F যোগ করি।

প্রমাণ:

(১) D, AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু

[বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]

$\therefore OD \perp AB$

তদ্রুপ $OE \perp AC$ এবং $OF \perp BC$

(২) বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে AB, AC ও BC জ্যা ত্রয়ের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে OD, OE ও OF এবং $AB = AC = BC$

$\therefore OD = OE = OF$ [বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী]

সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OD বা OE বা OF এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে বৃত্তটি D, E ও F বিন্দু দিয়ে যাবে।

অতএব, D, E ও F। বিন্দুগুলো সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

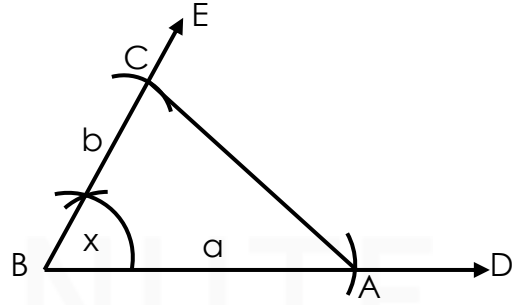
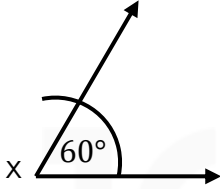
প্রশ্ন- ৮: একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি., 5 সে.মি. এবং অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

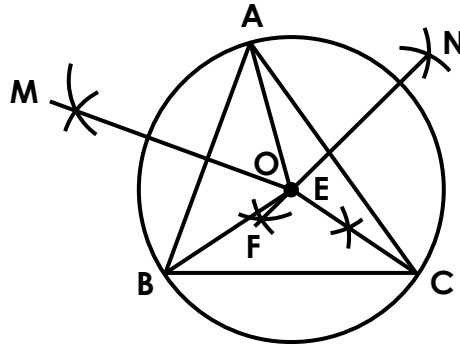
ক) প্রদত্ত উপাত্ত থেকে ত্রিভুজটি অঙ্কন করো।

খ) ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করো। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

গ) উক্ত বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা প্রদত্ত ত্রিভুজের দ্বিতীয় বাহুর সমান্তরাল হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

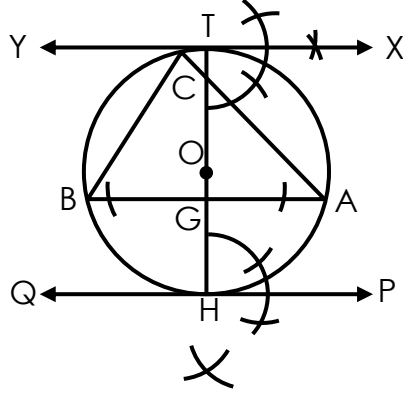
সমাধান:

ক.

দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু যথাক্রমে $a = 5$ সে.মি., $b = 4$ সে. মি. এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x = 60°$

খ. মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।

অঙ্কনের বিবরণ:

১। AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

২। A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।
তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

গ.

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি 'ক' তে অঙ্কিত ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত। উক্ত বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যা প্রদত্ত ABC ত্রিভুজের দ্বিতীয় বাহু AB এর সমান্তরাল হয়।

অঙ্কনের বিবরণ:

(১) কেন্দ্র O থেকে AB জ্যা-এর উপর $OG \perp AB$ আঁকি যেন তা AB জ্যাকে G বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) OG কে উভয় দিকে বর্ধিত করি। মনে করি, তা O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABC বৃত্তকে T ও H বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) HT রেখার H ও T বিন্দুতে যথাক্রমে PQ ও XY লম্ব টানি তাহলে PQ বা XY-ই নির্ণেয় স্পর্শক হবে।

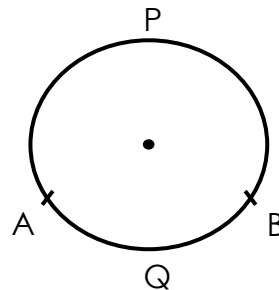
প্রশ্ন- ৯: O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে $ABCD$ একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ।

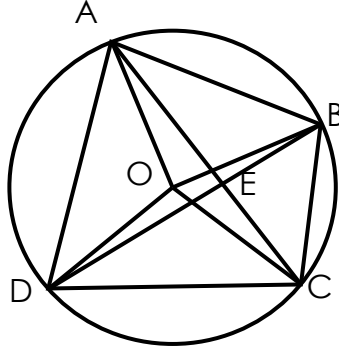
ক) উপচাপ ও অধিচাপ বলতে কি বুঝায়?

খ) AC ও BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর, $\angle AOB + \angle DOC = 2\angle AEB$।

গ) $ABCD$ ট্রাপিজিয়াম হলে প্রমাণ কর যে, তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।

সমাধান:

ক. বৃত্তের যেকোন দুইটি বিন্দুর মধ্যের পরিধির অংশকে চাপ বলে। আর এই দুটি অংশের ছোট অংশটিকে উপচাপ ও বড় অংশটিকে অধিচাপ বলে।

চিত্রে APB চাপটি অধিচাপ এবং AQB চাপটি উপচাপ।

খ.

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে $ABCD$ একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। ইহার AC, BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, O; B, O; C, O এবং D, O যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$

প্রমাণ:

(১) AED-এ বহিঃস্থ $\angle AEB =$ বিপরীত অন্তঃস্থ $(\angle ADE + \angle EAD)$

[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

অর্থাৎ, $\angle AEB = \angle ADB + \angle CAD$

(২) আবার, AB চাপের ওপর অবস্থিত $\angle ADB$ বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle AOB$ কেন্দ্রস্থ কোণ।

$\therefore \angle AOB = 2\angle ADB$

(৩) আবার, CD চাপের ওপর অবস্থিত $\angle CAD$ বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle COD$ কেন্দ্রস্থ কোণ।

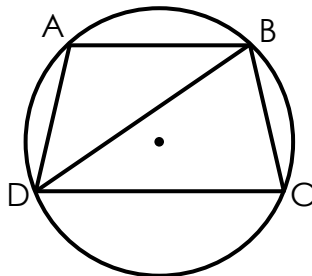
$\therefore \angle COD = 2\angle CAD$

(৪) $\therefore \angle AOB + \angle COD = 2\angle ADB + 2\angle CAD$

$= 2(\angle ADB + \angle CAD)$

$= 2\angle AEB$ [ধাপ-১ থেকে]

$\therefore \angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$ (প্রমাণিত)

গ.

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $ABCD$ বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় যথাক্রমে AB ও CD। সুতরাং, ইহার

তির্যক বাহুদ্বয় হলো AD ও BC। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BC$।

অঙ্কন: B, D যোগ করি।

প্রমাণ:

$ABCD$ ট্রাপিজিয়ামে,

$AB || CD$ এবং BD ছেদক [কল্পনা অনুসারে]

$\therefore \angle ABD = \angle BDC$ [একান্তর কোণ]

অর্থাৎ, AD চাপের ওপর বৃত্তস্থ কোণ

$= BC$ চাপের ওপর বৃত্তস্থ কোণ

বা, চাপ $AD =$ চাপ BC [বৃত্তে সমান সমান চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]

বা, জ্যা $AD =$ জ্যা BC [বৃত্তে সমান সমান চাপ সমান সমান জ্যা ছিন্ন করে]

$\therefore AD = BC$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন- ১০: O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD জ্যা-দ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করেছে।

ক) 15 সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 9 সে. মি. দূরবর্তী কোনো জ্যা-এর দৈর্ঘ্য কত হবে তা নির্ণয় কর।

খ) দেখাও যে, উদ্দীপকের বৃত্তের AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যে কোণদ্বয় উৎপন্ন করে তারা পরস্পর সম্পূরক।

গ) যদি AB ও CD জ্যা-দ্বয় বৃত্তের বাইরে E বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\angle AOC - \angle BOD = 2\angle AED$

সমাধান:

ক. মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABC বৃত্তের ব্যাসার্ধ $OA = 15$ সে.মি.

এবং O হতে $OD = 9$ সে. মি. দূরবর্তী জ্যা AB।

ΔOAD এ, $OA^2 = OD^2 + AD^2$

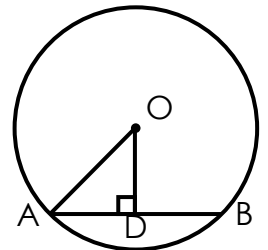
বা, $AD^2 = 15^2 - 9^2$

বা, $AD = \sqrt{225 - 81}$

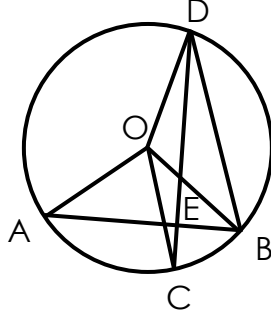
বা, $AD = \sqrt{144}$

$\therefore AD = 12$ সে. মি.

এখন, $AD = BD$ কারণ $OD \perp AB$ ফলে, D, AB এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore AB = 2AD$

$= 2 \times 12$ সে. মি.

$= 24$ সে.মি. **(Ans)**

খ.

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ও DC জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত E বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। A, O এবং C, O যোগ করায় $\angle AOC$ উৎপন্ন হয়। আবার, O, D এবং O, B যোগ করায় $\angle BOD$ উৎপন্ন হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOC + \angle BOD =$ দুই সমকোণ।

অঙ্কন: B, C যোগ করি।

প্রমাণ:

(১) একই চাপ AC-এর ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABC$

$\therefore \frac{1}{2}\angle AOC = \angle ABC$ [বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

অর্থাৎ, $\angle AOC = 2\angle ABC \ldots \ldots (i)$

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে,

$\angle BOD = 2\angle BCD \ldots \ldots (ii)$

বা, $\angle AOC + \angle BOD = 2(\angle EBC + \angle ECB) \ldots \ldots (iii)$

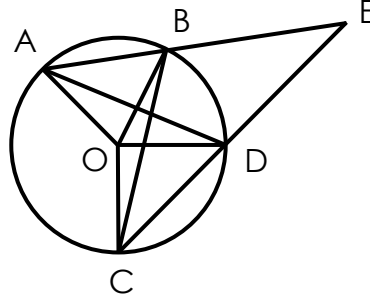
ΔEBC-এর

$\angle EBC + \angle ECB = 1$ সমকোণ $\ldots \ldots (iv)$ [কারণ $AB \perp DC$ বলে $\angle BEC =$ এক সমকোণ]

(৩) (iv) নং এর মান (iii) নং-এ বসিয়ে পাই,

$\angle AOC + \angle BOD = 2 \times 1$ সমকোণ

$\therefore \angle AOC + \angle BOD =$ দুই সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ.

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যাদ্বয় বৃত্তের বাইরে E বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOC - \angle BOD = 2\angle AED$।

অঙ্কন: A, D ও B, C যোগ করি

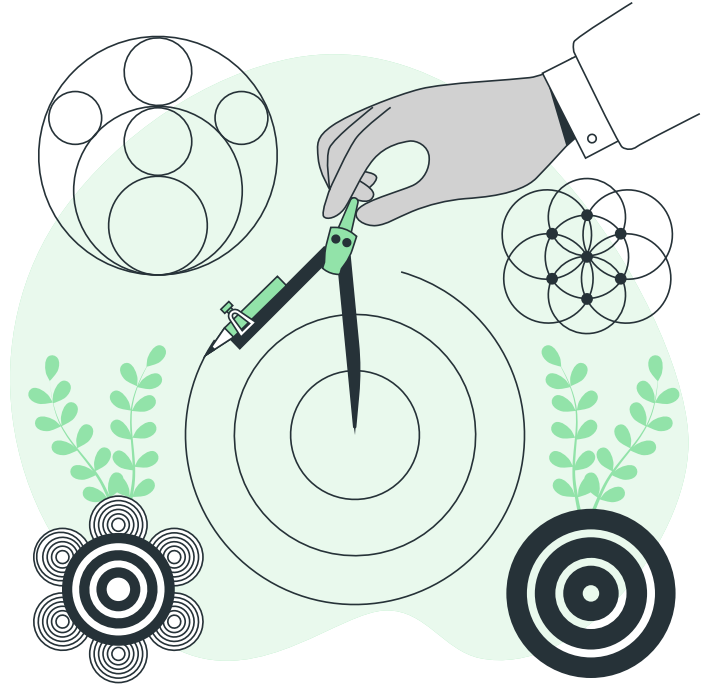
প্রমাণ:

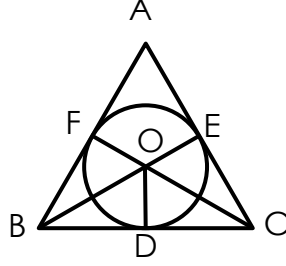
ধাপ-১: $\angle AOC = 2\angle ADC$ [কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

তদ্রুপ $\angle BOD = 2\angle BAD$

ধাপ-২: $\angle AOC - \angle BOD = 2\angle ADC - 2\angle BAD$

$= 2(180° - \angle ADE - \angle DAE)$ [$\angle ADC$ ও $\angle ADE$ পরস্পর সম্পূরক]

$\therefore \angle AOC - \angle BOD = 2\angle AED$ [ΔAED এর তিন কোণের সমষ্টি $180°$] **(প্রমাণিত)**

বহুনির্বাচনী (MCQ)

নিচের চিত্রের আলোকে ১-৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১) DEF বৃত্তটি ΔABC এর-

ক) অন্তর্বৃত্ত খ) পরিবৃত্ত গ) বহির্বৃত্ত ঘ) নববিন্দুবৃত্ত উত্তর: ক

২) নিচের কোন্‌টি OF রেখাংশের প্রান্তবিন্দুতে লম্ব?

ক) OB খ) AB গ) AC ঘ) BC উত্তর: খ

৩) $\angle ODC$-এর মান নিচের কোনটি?

ক) তিন সমকোণ খ) দুই সমকোণ গ) এক সমকোণ ঘ) চার সমকোণ উত্তর: গ

৪) বৃত্ত, বৃত্তের অভ্যন্তর ও বৃত্তের বহির্ভাগ সমতলের তিনটি উপসেট যারা-

ক) পরস্পর নিশ্ছেদ খ) পরস্পর ছেদ করে

গ) তিনটি সেটের সংযোগ সেট ঘ) তিনটি সেটের ছেদ সেট উত্তর: ক

৫) r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের যে চাপের ডিগ্রি পরিমাপ x তার দৈর্ঘ্য কত?

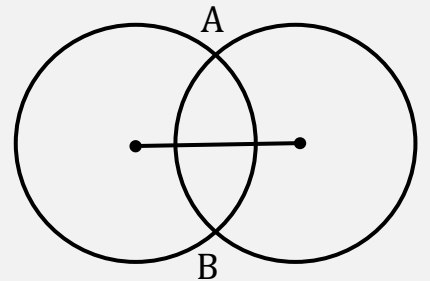
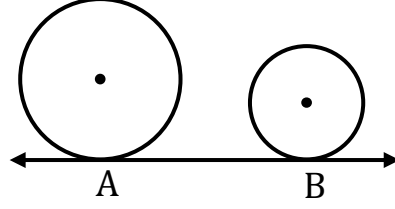
ক) $\frac{\pi r x}{360}$ খ) $\frac{\pi r x}{180}$ গ) $\frac{\pi r x}{270}$ ঘ) $\frac{\pi r x}{90}$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য $= \frac{\pi}{180} \times$ ব্যাসার্ধ $\times$ কোণ $= \frac{\pi r x}{180}$

৬) 2 টি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায় এরূপ বৃত্তগুলোর কেন্দ্রের প্রকৃতি কী?

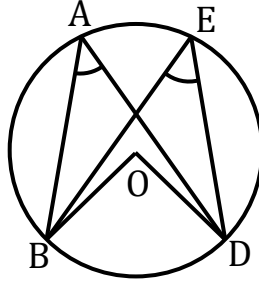
ক) একই খ) সমবৃত্ত গ) ভিন্নরেখ ঘ) সমরেখ উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: ২টি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যাওয়ার অর্থ হচ্ছে বৃত্ত দুটি দু'টি বিন্দুতে ছেদ করে।

উপরে চিত্র এঁকে দেখানো হলো, যেখানে বৃত্ত দু'টির ছেদবিন্দু হলো A ও B। চিত্র থেকে বোঝা যাচ্ছে যে বৃত্তের কেন্দ্রগুলো একই রেখায় অবস্থিত, অর্থাৎ তারা সমরেখ।

৭)

উপরের চিত্রে, AB রেখাকে কী বলে?

ক) তীর্যক স্পর্শক খ) ছেদক

গ) সাধারণ ছেদক ঘ) সরল সাধারণ স্পর্শক উত্তর: ঘ

৮)

চিত্রে BD চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলোর সঠিক সম্পর্ক কোনটি?

ক) $\angle BAD = \angle BED$ খ) $\angle BAD > \angle BED$ গ) $\angle BAD < \angle BED$ ঘ) $\angle BAD \neq \angle BED$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: পাঠ্যবই এর উপপাদ্য-২১ অনুসারে, বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।

৯) P ও Q কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্তের ব্যাসার্ধদ্বয় যথাক্রমে r_1 ও r_2 হলে-

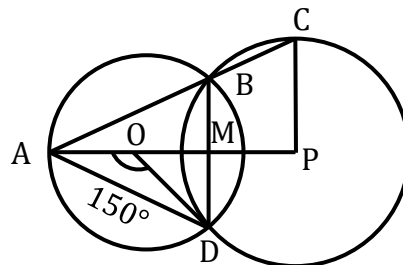
i. বৃত্তদ্বয় বহিঃস্পর্শ করলে $PQ = r_1 + r_2$

ii. বৃত্তদ্বয় অন্তঃস্পর্শ করলে $PQ = r_1 - r_2$

iii. বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে ছেদ করবে যদি $r_1 + r_2 < PQ < r_1 - r_2$ হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii উত্তর: ক

নিচের চিত্রের আলোকে ১০-১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১০) $\angle ABD$ এর মান কত?

ক) 70° খ) 75° গ) 80° ঘ) 77° উত্তর: খ

১১) $BD = 4$ সে. মি. হলে, $BM =$?

ক) 3 সে. মি. খ) 4 সে. মি. গ) 2 সে. মি. ঘ) 1 সে. মি. উত্তর: গ

১২) $\angle OAD$ এর মান কত?

ক) 20° খ) 15° গ) 18° ঘ) 14° উত্তর: খ

১৩) $\angle DBC$ এর মান কত?

ক) 100° খ) 103° গ) 106° ঘ) 105° উত্তর: ঘ

১৪) নিচের তথ্যগুলো লক্ষ্য কর:

i. বৃত্তের প্রত্যেক ছেদকের ছেদবিন্দুদ্বয়ের অন্তবর্তী সকল বিন্দু বৃত্তটির অভ্যন্তরে থাকে।

ii. বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান।

iii. সমতলে একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার সর্বাধিক দুইটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii উত্তর: ঘ

১৫) দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের-

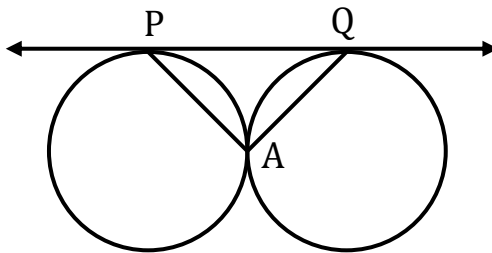
i. ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান

ii. ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান

iii. ব্যাসার্ধের বর্গের সমষ্টির সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii উত্তর: ক

১৬)

$\angle PAQ$ এর মান কত?

ক) 180° খ) 90° গ) 60° ঘ) 120° উত্তর: খ

১৭) বৃত্তের যে কোনো দুটি জ্যা এর লম্বদ্বিখণ্ডকের ছেদবিন্দু ঐ বৃত্তের-

ক) ব্যাসার্ধের মধ্যবিন্দু খ) সাথে পরস্পর স্থূলকোণ উৎপন্ন করে

গ) কেন্দ্র ঘ) বহিঃস্থ বিন্দু উত্তর: গ

১৮) দুটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করলে-

i. অন্তঃস্পর্শকের ক্ষেত্রে স্পর্শ বিন্দু ছাড়া সকল বিন্দু বৃত্তের ভিতরে থাকবে

ii. বহিঃস্পর্শকের ক্ষেত্রে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান

iii. অন্তঃ ও বহিঃ উভয় স্পর্শকের ক্ষেত্রে বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্র ও তাদের স্পর্শ বিন্দু সমরেখ।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii উত্তর: ঘ

নিচের চিত্রের আলোকে ১৯-২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১৯) নিচের কোন নামটি EK রেখাংশের জন্য প্রযোজ্য?

ক) স্পর্শক খ) তির্যক সাধারণ স্পর্শক গ) ছেদক ঘ) সাধারণ স্পর্শক উত্তর: খ

২০) PQR বৃত্তের ব্যাসার্ধ নিচের কোনটির সমান?

ক) a খ) b গ) $a+b$ ঘ) $a-b$ উত্তর: গ

২১) নিচের কোন ক্ষেত্রে EK রেখা আঁকা সম্ভব?

ক) LMN ও FGH বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধ সমান হলে খ) LMN ও FGH বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধ অসমান হলে

গ) LMN ও FGH বৃত্তদ্বয় সমকেন্দ্রিক হলে ঘ) ক ও খ উত্তর: ঘ

২২) $\angle AEK$ এর মান কত?

ক) $30°$ খ) $45°$ গ) $60°$ ঘ) $90°$ উত্তর: ঘ

২৩) বৃত্তের কেন্দ্র ও স্পর্শকের স্পর্শবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ স্পর্শকের সাথে-

ক) স্থূলকোণ উৎপন্ন করে খ) সমকোণ উৎপন্ন করে

গ) সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে ঘ) সরলকোণ উৎপন্ন করে উত্তর: খ

২৪) কোনো ত্রিভুজে কয়টি বহিবৃত্ত আঁকা যায়?

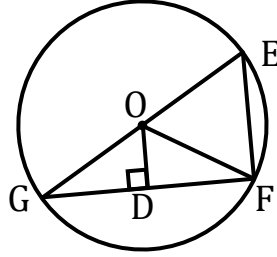
ক) 1 খ) 2 গ) 3 ঘ) 4 উত্তর: গ

২৫) ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগামী বৃত্তের নাম কী?

ক) অর্ন্তবৃত্ত খ) পরিবৃত্ত গ) উপবৃত্ত ঘ) বর্হিবৃত্ত উত্তর: খ

২৬) দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে বৃত্ত দুইটির মধ্যে সর্বোচ্চ কয়টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যায়?

ক) 1 খ) 2 গ) 3 ঘ) 4 উত্তর: গ

২৭)

চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $GE = 10\ cm, GD = 4\ cm$ হলে, $\frac{1}{2}\angle EFG =$ কত?

ক) 30° খ) 45° গ) 60° ঘ) 90° উত্তর: খ

২৮) 6 ও 4 সে.মি. ব্যাসের দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব কত সে.মি.?

ক) 1 খ) 4 গ) 5 ঘ) 10 উত্তর: গ

২৯) কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ–

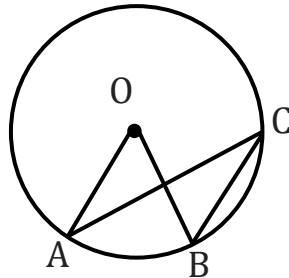
ক) সমকোণ খ) সূক্ষ্মকোণ গ) স্থূলকোণ ঘ) প্রবৃদ্ধকোণ উত্তর: গ

৩০) কোনো বৃত্তের অধিচাপের অন্তর্লিখিত কোণ–

ক) সূক্ষ্মকোণ খ) সমকোণ গ) স্থূলকোণ ঘ) প্রবৃদ্ধকোণ উত্তর: ক

৩১) একটি চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলো সম্পূরক হলে, এর কতটি শীর্ষবিন্দু সমবৃত্তীয় হবে?

ক) একটি খ) দুইটি গ) তিনটি ঘ) চারটি উত্তর: ঘ

৩২)

চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $\angle AOB = 60°$ হলে $\angle ACB =$ কত?

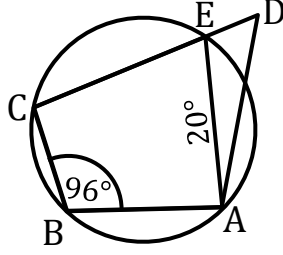
ক) 30° খ) 45° গ) 60° ঘ) 90° উত্তর: ক

৩৩) দুইটি বিন্দু দিয়ে কতগুলো বৃত্ত আঁকা যায়?

ক) একটি খ) দুইটি গ) তিনটি ঘ) অসীম উত্তর: ঘ

৩৪) একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ যথাক্রমে $(2x+10)°$ এবং $(x+110)°$ হলে x এর মান কত?

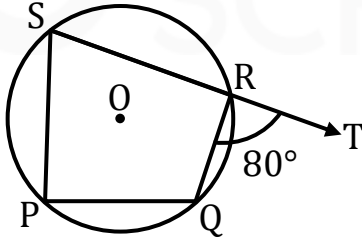
ক) 30° খ) 45° গ) 60° ঘ) 90° উত্তর: ক

৩৫)

চিত্রে, $\angle ADE$ এর মান কত?

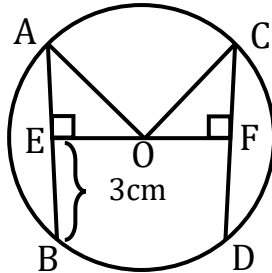
ক) 64° খ) 76° গ) 84° ঘ) 104° উত্তর: ক

৩৬) বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে সর্বোচ্চ কয়টি স্পর্শক আঁকা যাবে?

ক) একটি খ) দুইটি গ) তিনটি ঘ) চারটি উত্তর: খ

৩৭)

চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $PQRS$ অন্তর্লিখিত হয়েছে। ফলে $\angle SPQ =$ কত?

ক) 80° খ) 90° গ) 180° ঘ) 360° উত্তর: ক

৩৮)

উপরের চিত্রে-

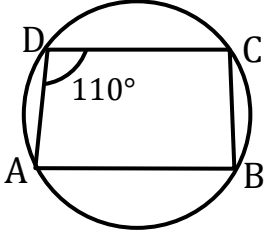
i. $CD = 6\ cm$

ii. $\angle OAB = \angle OCD$

iii. $\Delta AOE \cong \Delta COF$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii উত্তর: ঘ

৩৯)

চিত্রে, $\angle ABC$ এর মান কত?

ক) $70°$ খ) $80°$ গ) $90°$ ঘ) $110°$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: পাঠ্যবই এর উপপাদ্য ২৩ হতে,

আমরা জানি,

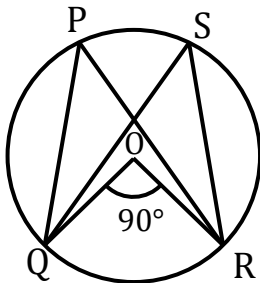
বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যে কোন দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180°$ [ADC এর বিপরীত কোণ ABC]

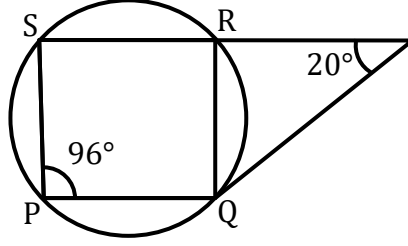
বা, $\angle ABC + 110° = 180°$

$\therefore \angle ABC = 180° - 110°$

$= 70°$

৪০)

চিত্রে, $\angle QPR + \angle QSR =$ কত?

ক) $45°$ খ) $60°$ গ) $90°$ ঘ) $180°$ উত্তর: গ

৪১)

চিত্রে, $\angle RQT =$ কত?

ক) $64°$ খ) $76°$ গ) $84°$ ঘ) $104°$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: পাঠ্যবই এর উপপাদ্য-২৩ হতে,

আমরা জানি,

বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা $180°$

$\therefore$ $PQRS$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের,

$$\angle SPQ + \angle SRQ = 180°$$

বা, $96° + \angle SRQ = 180°$ [$\angle SPQ = 96°$]

বা, $\angle SRQ = 180° - 96°$

$\therefore \angle SRQ = 84°$

আবার, $\angle SRQ + \angle TRQ = 180°$ [সরলকোণ বলে]

বা, $84° + \angle TRQ = 180°$

বা, $\angle TRQ = 180° - 84°$

$\therefore \angle TRQ = 96°$

এখন, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা $180°$ বলে,

ΔTRQ এ, $\angle RTQ + \angle RQT + \angle TRQ = 180°$

বা, $20° + \angle RQT + 96° = 180°$

বা, $\angle RQT = 180° - 96° - 20°$

$\therefore \angle RQT = 64°$

৪২) অর্ধবৃত্তস্থ ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটি অপরটির দ্বিগুণ হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির পরিমাণ কত?

ক) $30°$ খ) $60°$ গ) $90°$ ঘ) $120°$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: পাঠ্যবই এর উপপাদ্য ২২ অনুসারে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী,

যার সূক্ষ্মকোণদ্বয় পূরক।

অর্থাৎ এদের সমষ্টি $90°$।

ধরি, ক্ষুদ্রতম সূক্ষ্মকোণটির মান x।

তাহলে অপর সূক্ষ্মকোণের মান $2x$।

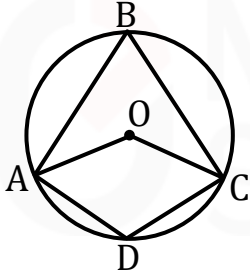
সুতরাং, $x + 2x = 90°$

বা, $3x = 90°$

$\therefore x = \frac{90°}{3}$

$= 30°$

ক্ষুদ্রতম কোণের মান, $x = 30°$

৪৩)

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $ABCD$ চতুর্ভুজ অন্তর্লিখিত হলে-

i. $\angle ABC = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$)

ii. $\angle AOC +$প্রবৃদ্ধ $\angle AOC =$ দুই সমকোণ

iii. $\angle BAD + \angle BCD =$ দুই সমকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

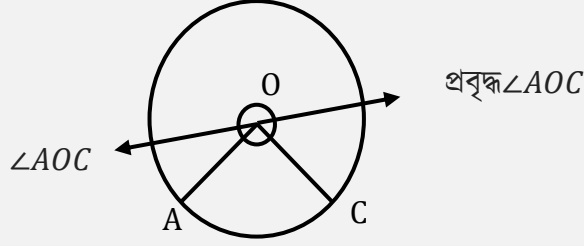
ক) i, ii　　খ) i, iii　　গ) ii, iii　　ঘ) i, ii, iii　　উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: (i) বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

এখানে, চাপ ADC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABC$

অর্থাৎ কেন্দ্রস্থ $\angle AOC = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ABC$)

$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$); তাই, (i) সঠিক।

(ii) প্রবৃদ্ধ কোণ: দুই সমকোণ হতে বড় কিন্তু চার সমকোণ হতে ছোট কোণকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলা হয়।

চিত্র থেকে পরিষ্কার বোঝা যাচ্ছে যে, $\angle AOC +$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 360°$

$=$ চার সমকোণ

$\therefore$ বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোনো কোণ ও তার প্রবৃদ্ধ কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।

$\therefore \angle AOC +$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC =$ চার সমকোণ; তাই (ii) সঠিক নয়।

iii) বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

এখানে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত $ABCD$ চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণ হল $\angle BAD$ ও $\angle BCD$

$\therefore \angle BAD + \angle BCD =$ দুই সমকোণ; তাই (iii) সঠিক।

৪৪) কোনো বৃত্তচাপে অন্তর্লিখিত কোণ $120°$ হলে, বৃত্তচাপটি হবে-

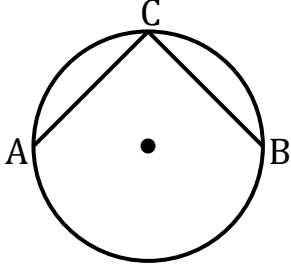
ক) উপচাপ খ) অর্ধচাপ গ) অর্ধবৃত্ত ঘ) কোনোটিই নয় উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: আমরা জানি,

কোন বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্নিহিত কোন সূক্ষ্মকোণ এবং উপচাপে অন্তর্নিহিত কোণ স্থূলকোণ।

দেওয়া আছে,

বৃত্তচাপ অন্তর্লিখিত কোণ $120°$ অর্থাৎ এটি একটি স্থূলকোণ। সুতরাং, বৃত্তচাপটি উপচাপ হবে।

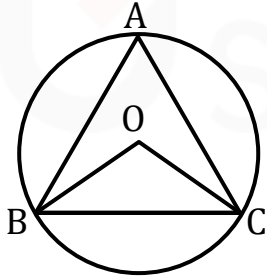
৪৫)

বৃত্তে ACB এর অনুবন্ধী চাপ কোনটি?

ক) AB খ) BC গ) AC ঘ) BCA উত্তর: ক

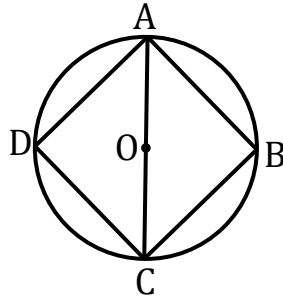
ব্যাখ্যা: দুইটি চাপের সমন্বয়ে পূর্ণাঙ্গ বৃত্ত গঠিত হলে চাপদ্বয় পরস্পর অনুবন্ধী চাপ, অর্থাৎ একটি চাপ অপর চাপের অনুবন্ধী চাপ। চিত্রে চাপ ACB ও চাপ AB নিয়ে বৃত্তটি গঠিত। সুতরাং চাপ ACB এর অনুবন্ধী চাপ AB।

৪৬) বৃত্তের কোনো একটি বিন্দুতে কতটি স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব?

ক) 1 খ) 2 গ) 3 ঘ) 4 উত্তর: ক

৪৭)

চিত্রে $\angle A = 60°$ এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে OB ও OC হলে $\angle OBC$ এর মান কত?

ক) $30°$ খ) $45°$ গ) $60°$ ঘ) $70°$ উত্তর: ক

৪৮)

বৃত্তটি $ABCD$ বর্গের পরিবৃত্ত, বর্গের ক্ষেত্রফল a^2 হলে

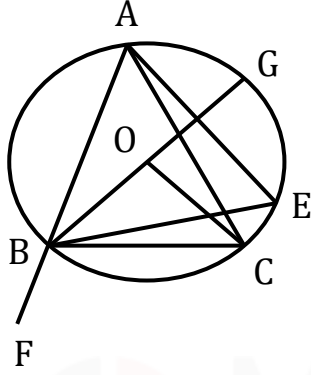
i. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{\sqrt{2}a}{2}$

ii. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{2}\pi a$

iii. বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \frac{a^2}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii উত্তর: ক

৪৯)

O কেন্দ্রবিশিষ্ট $ABCE$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের $\angle FBC$ বহিঃস্থ কোণ হলে-

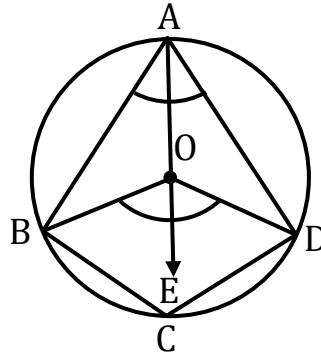
i. $\angle FBC = \angle AEC$

ii. $\angle COG = \angle OBC + \angle OCB$

iii. $\angle BAC + \angle BEC = \angle BOC$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii উত্তর: গ

৫০)

চিত্রে-

i. $\angle BOE = 2\angle OAB$

ii. $\angle DOE = \angle OAD + \angle ODA$

iii. $\angle BOD = \frac{1}{2}\angle BAD$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii উত্তর: ক